一、前言

隨著全球化趨勢的來臨，企業所面對競爭的壓力愈來愈多。因此，企業為了保持競爭優勢，維持高生產品質變成為不可或缺的工具。也就是說，品質更是可以決定一個組織是否能成長以及獲得競爭力之主要原因之一。再說，現在的消費者在購買產品或服務時，品質已成為其主要的考慮因素了。由此可見，品質的提昇能為企業帶來營業成本的降低及營業收入的提昇，除了有形的收益外，更包括無形的收益，就是競爭優勢的提升。英國學者 Chase（1988）在針對優良的歐洲公司為研究對象的研究報告中指出，企業經營的眾多要素中，品質名列第一，所以品質管理儼然成為現代企業致力追求的目標。

世界上是沒有完美無缺的產品，當品質管理未臻完善時，將會產生有損企業整體利益的成本，例如品質成本、保證成本，更甚者會使得顧客對於企業的產品產生疑慮，而影響到企業的無形資產－商譽。品管學者費根保博士在『全面品質管制』一書中定義品質成本為：「企業求達成與維持某種品質水準而發生之成本，以及因無法達到特定品質水準而產生的一切成本。」品質拙劣的結果對組織的影響有：商機的損失，並將會損害組織的形象與減少市場佔有率，使企業必須付出品質成本。品質成本包括預防成本、鑑定成本、內部失敗和外部失敗成本。

由以上可得知品質對生產者而言是致勝的工具，也是競爭的利器，且在現代之企業環境下，品質的觀念也從企業走入每個人的生活當中，並且其重要性與日俱增，所以管理決策者應要了解到品質水準的狀況，進而正視品質的問題，極力推動品質改善與提昇的活動。

Taft 在 1918 年時延伸了 Harris 所發表的經濟訂購量模式（EOQ），後來發展成為了眾多廠商所使用的經濟生產批量模式（EPQ）。經濟生產批量之研究方向非常廣泛，在古典經濟生產批量模式方面，為求精簡問題與範圍，一般有相當多之假設，也就因為如此，使得古典經濟生產批量模式與實際面臨之情況有較大的差異，但此模式具有計算方便的優點。

在存貨管理方面，批量大小的決定一直為決策者關心的主題。其中以經濟生產批量最為大家所熟知且廣被生產者所採用的策略。但傳統的 EPQ 模式只考慮存貨成本與整備成本，卻忽略了品質成本。現在顧客對於品質的重視與日俱增，這種趨勢造成品質成本變高，在很多企業，品質成本甚至可與直接成本、原料成本或配銷成本相比擬。另一方面，在 JIT 生產管理理論中亦建議以批量來控制產品品質。因此在權衡批量大小時，傳統經濟生產批量（EPQ）模式已不適用於實際的生產系統，應再加入品質成本的考量較為恰當。

Porteus（1986）明確的將品質和生產批量的關係加以模式化，他假設在生產製程中每生產一個品項的時間都有一個給定的機率q，使得該產出的品質發生瑕疵，即製程會產出瑕疵品，因此生產系統會產生一個額外的重製成本，而當q趨近於 0 時，能夠推導出最佳批量和成本的近似值。對有瑕疵品產生之生產製造系統，探討其最佳經濟生產批量，發現其經濟生產批量會比古典之經濟生產批量模式小，由此也可以看出，生產系統之狀況對生產批量之大小，有一定的影響程度。Larson（1989）證明當廠商投資在品質改善計劃時，批量和總存貨品質成本會下降。Rosenblatt & Lee（1986）和 Porteus（1986）同時發現比傳統經濟生產批量模式較小的批量生產是較佳的生產方式，這是由於使用較小的批量生產所產生的瑕疵品比例會較低。

本研究所針對的即為品質與經濟生產批量模式的相關問題，傳統的 EPQ 模式只考慮存貨成本、整備成本及庫存問題，卻未把品質的考量放入其中，有鑑於此，我們提出一個更能符合實際的生產系統，建立此系統的成本模式幫助生產者決定最佳批量以使單位批量的品質達到所要求的標準。同時，將所得之結果與傳統 EPQ 相較，使生產者瞭解兩者的差異，並進行敏感度分析。

二、問題的數學模式

經濟生產批量（EPQ）模式是 Taft 在 1918 年針對 Harris 所提出的經濟製造批量（EOQ）模式加以延伸的理論模式，日後成為學界及實務界作相關研究的依據。

EPQ 模式的假設條件為：

(1) 在一段時間內，產品的需求是固定而且平均分佈。

(2) 前置時間（從發訂單至收到貨）是固定的。

(3) 產品價格是固定的。庫存持有成本是基於平均庫存。

(4) 訂購或設備整備成本是固定的。

(5) 所有產品的需求均被滿足。

成本模式：

$TC=$年總成本、$d=$年需求量、$S=$開機成本、$Q=$生產批量、$h=$每單位每年的存貨持有成本、$p=$年生產率，其公式為：

年總成本=年存貨持有成本+開機成本，$TC_{\min}=\left(\frac{I_{\max}}{2}\right)h+\frac{Sd}{Q}$，其中 $I_{\max}=$最高存貨水準，EPQ$=\sqrt{\frac{2Sd}{h}\cdot\frac{P}{P-d}}$。

最大與平均存貨水準為：$I_{\max}=\frac{Q(p-d)}{p}$ 及 I 的平均 $=\frac{I_{\max}}{2}$。

由於 EPQ 模式訴求的重點在於每次應生產多少批量而使總成本最小。因此將上述的總成本模式微分即可求得最佳經濟批量 EPQ=$\sqrt{\frac{2Sd}{h}\cdot\frac{P}{P-d}}$。

現在，我們將傳統經濟生產批量做一個修正，將不良品的因素納入經濟生產批量，以做數學模式並加以分析。以下將本研究所設定的符號做一說明。

符號的定義：

S = Setup Cost （$/次）開始生產所需的成本，開機成本；

d = demand rate （個/年）一年的需求量；

p = Production rate （個/年）一年的生產量；

h = holding cost （$/個/年）一年的存貨成本；

C_w = Warranty cost （$/個）可修復的成本；

$\alpha(Q)$ = 生產 Q 個/批量時的不良率；

a 和 b 為不良成本的參數，且 a 和 b 都為正數， β 為出廠的不良率；

假設這一批產量的不良率不會影響下一批產量的不良率。

考慮產出品質（不良率）須小於 β 時，其最佳批量的決定相當於求解下列問題：

$$TC(Q)_{\min} = \frac{S}{Q/d} + \frac{Q}{2} \cdot \frac{p-d}{p} \cdot h + \frac{C_w Q \cdot \alpha(Q)}{Q/d}$$

$$s.t. \quad \alpha(Q) \le \beta$$

通常批量與不良率之間的關係，可藉由歷史資料，假設可利用一次迴歸得到其間關係，並設為 $\alpha(Q) = a + bQ$ ，同理；視實際情況使用二次或較高次的迴歸分析。我們先不考慮 $\alpha(Q) \le \beta$ 的限制，先對 $TC(Q)$

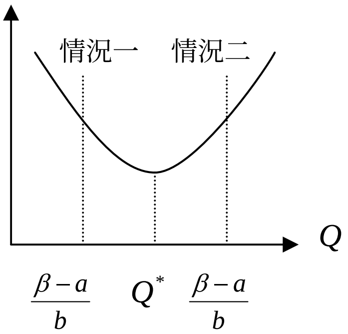
作極小化，首先我們將總成本進行一次微分，可得

$\frac{dTC(Q)}{dQ}=\frac{-Sd}{Q^2}+\frac{h}{2}\cdot\frac{P-d}{P}+C_w db$。令 $\frac{dTC(Q)}{dQ}=0$，得

$Q^*=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Sd}\cdot\left[\frac{h(P-d)}{2P}+C_w db\right]}}$。又 $\frac{d^2TC(Q)}{d^2Q}=\frac{2Sd}{Q^3}>0$，由此可看出 $TC(Q)$ 為 Q

的凸函數。接著，考慮到限制式 $\alpha(Q)\le\beta$，即 $Q\le\frac{\beta-a}{b}$ $(\beta\ge a)$ 對生產

批量的影響，我們以下圖加以說明：



情況一：Q^* 因大於 $\frac{\beta-a}{b}$，所以取 $Q^*=\frac{\beta-a}{b}$。

情況二：Q^* 因小於 $\frac{\beta-a}{b}$，所以 Q^* 不變。

由以上的數學模式，我們將用來分析，在考慮品質因素時，其最佳生產批量。但由於不良品參數沒有辦法準確預測，故我們將參數值做一些變化，來做靈敏度分析。

將分析過程分為兩部份：

(1) 計算 Q^* 和 $EPQ=\sqrt{\frac{2Sd}{h}\cdot\frac{P}{P-d}}$，並計算兩者之間的差異（百分比）$\frac{TC(EPQ)-TC(Q^*)}{TC(Q^*)}\cdot 100\%$。

(2) 改變參數值，做靈敏度分析。亦即，改變參數值以分析成本差異的特性。

三、數值例子與分析

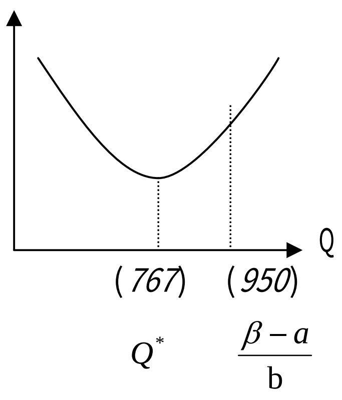
接著我們以數值列來說明上述的分析。

分析過程一：

假設開機成本 $S = 150$，年需求量 $d = 500$ 個，年生產量 $p = 1000$ 個，年存貨成本 $h = 0.5$，平均每一個不良品所需花費的成本 $C_w = 5$，另外還假設在生產一千個產品中只能允許有一個不良品 $(\beta = 0.001)$，不良品參數 $a = 0.00005$，以及不良品參數 $b = 0.000001$，將這些數值帶入以下公式，以求得最佳生產批量，及經濟生產批量，並求得兩者之間成本的差異。

從最佳生產批量公式 $Q^* = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{Sd}\cdot\left[\dfrac{h(P-d)}{2P} + C_w db\right]}}$ 中可求得

$Q^* = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{150\cdot 500}\left[\dfrac{0.5(1000-500)}{2\cdot 1000} + 5\cdot 500\cdot 0.000001\right]}} = 767$；將此 Q^* 與 $\dfrac{\beta - a}{b}$ 做比較，以決定最佳生產批量，其中 $\dfrac{\beta - a}{b} = \dfrac{0.001 - 0.00005}{0.000001} = 950$，因成本函數具有凸函數的特性，如前所述，故上述所計算來的值可得下圖：



以上圖所顯示，Q^* 比 $\dfrac{\beta - a}{b}$ 小，故最佳生產批量為 767。

從經濟生產批量 $EPQ=\sqrt{\frac{2dS}{h}\cdot\frac{P}{P-d}}$ 來看，將數值帶入可得 $EPQ=\sqrt{\frac{2\cdot 500\cdot 150}{0.5}\cdot\frac{1000}{1000-500}}=775$，而經濟生產批量的成本與最佳生產批量的成本可由下列公式得知，並計算出兩者之間的差異：

最佳生產批量的成本 $TC(Q)=\frac{S}{Q/d}+\frac{Q}{2}\cdot\frac{P-d}{P}h+\frac{C_w Q\cdot\alpha(Q)}{Q/d}$

$$=\frac{S}{Q/d}+\frac{Q}{2}\cdot\frac{P-d}{P}h+C_w d(a+bQ)$$。

將數值列入可得

$$TC(Q)=\frac{150}{767/500}+\frac{767}{2}\cdot\frac{1000-500}{1000}\cdot 0.5+5\cdot 500(0.00005+0.000001\cdot 767)=195.7011$$

接著計算出經濟生產批量的成本，

$$TC(EPQ)=\frac{S}{EPQ/d}+\frac{EPQ}{2}\cdot\frac{P-d}{P}h+\frac{C_w EPQ\cdot\alpha(EPQ)}{EPQ/d}$$

$$=\frac{S}{EPQ/d}+\frac{EPQ}{2}\cdot\frac{P-d}{P}h+C_w d(a+b\cdot EPQ)$$。

將數值列入可得

$$TC(EPQ)=\frac{150}{775/500}+\frac{775}{2}\cdot\frac{1000-500}{1000}\cdot 0.5+5\cdot 500(0.00005+|\,0.000001\cdot 775)=195.7117$$

因此兩者之間成本的差異為

$$\frac{TC(EPQ)-TC(Q)}{TC(Q)}\cdot 100\%=\frac{195.7117-195.7011}{195.7011}=0.0054\%$$

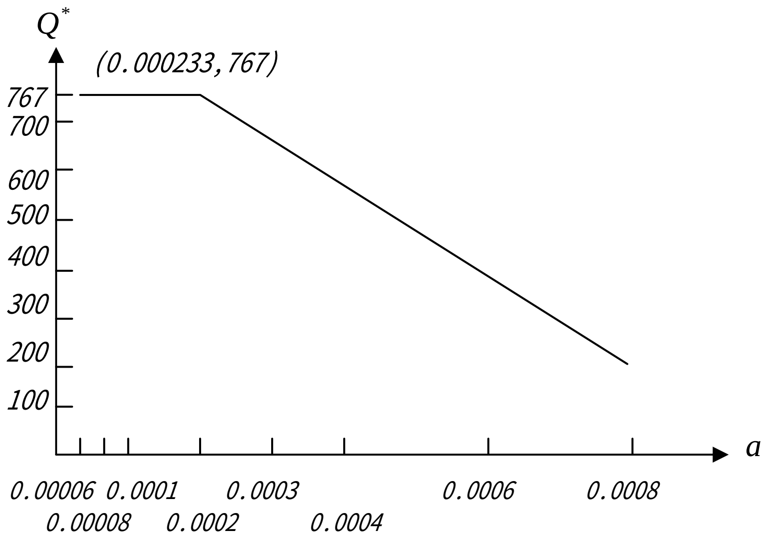
分析過程二：

（一)、今將不良品參數a做變化，把a的範圍訂在 $0.00005 \leqq a \leqq 0.001$，將不良品參數$b$固定為 0.000001，$\beta$固定為 0.001，觀察最佳生產批量及成本與經濟生產批量之成本的變化，其成本差異與不良率如何的改變：

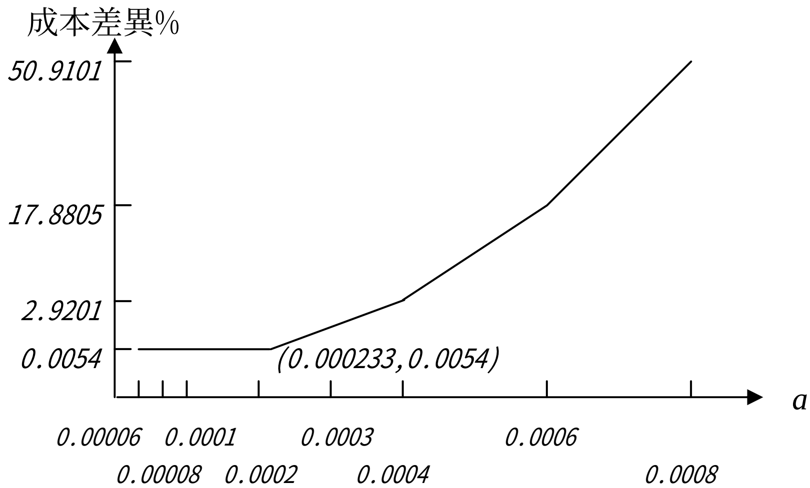
a	0.00005	0.00006	0.00008	0.0001	0.0002	0.000233	0.00025	0.0003	0.0004
$\frac{\beta - a}{b}$	950	940	920	900	800	767	750	700	600
Q^*	767	767	767	767	767	767	767	767	767
$\frac{\beta - a}{b}$ 與 Q^* 的差異	183	173	153	133	33	0	-17	-67	-167
EPQ	775	775	775	775	775	775	775	775	775
TC(Q)	195.7011	195.7261	195.7761	195.8261	196.0761	196.1586	196.25	197.1429	202.5
TC(EPQ)	195.7117	195.7367	195.7867	195.8367	196.0867	196.1692	196.2117	196.3367	196.5867
成本的差異% (取絕對值)	0.0054%	0.0054%	0.0054%	0.0054%	0.0054%	0.0054%	0.0195%	0.4089%	2.9201%
不良率 $(a+bQ)$	0.000817	0.000827	0.000847	0.000867	0.000967	0.001	0.001	0.001	0.001

a	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.001
$\frac{\beta - a}{b}$	500	400	300	200	100	0
Q^*	767	767	767	767	767	767
$\frac{\beta - a}{b}$ 與 Q^* 的差異	-267	-367	-467	-567	-667	-767
EPQ	775	775	775	775	775	775
TC(Q)	215	240	290	402.5	765	2.5
TC(EPQ)	196.8362	197.0867	197.3367	197.5867	197.8367	198.0867
成本的差異% (取絕對值)	8.4483%	17.8805%	31.9529%	50.9101%	74.139%	—
不良率 $(a+bQ)$	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001

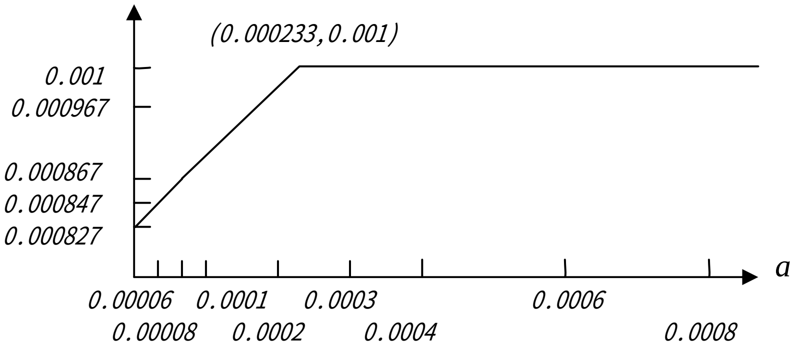
由於不良品參數b固定為 0.000001，所以$Q^{*}=767$為固定，由上表可得下列圖：



圖一、不良品參數a的變化對於最佳生產批量Q^{*}的影響幅度分析圖



圖二、不良品參數a的變化對於成本差異%的影響幅度分析圖



圖三、不良品參數a的變化對於生產批不良率的影響幅度分析圖

其分析結果如下：

1、圖一顯示：

當不良品參數a*的變動仍小於等於 0.000233 時*，Q^*小於$\frac{\beta-a}{b}$的情況下，其最佳生產批量*固定為 767*，直到參數 a 變動到大於 *0.000233*時，此時Q^*會大於$\frac{\beta-a}{b}$，此時的最佳生產批量則判斷為$\frac{\beta-a}{b}$，此生產批量會隨著不良品參數a的上升而有所變化，且愈來愈小。也因為此時的最佳生產批量受$\frac{\beta-a}{b}$的影響，因此隨著不良品參數a等量的上升，最佳生產批量也會等量的下降，直到不良品參數a上升到 *0.001*時，此時$a=\beta$以達當初所假設的不良率最大只能達 *0.001*，因此其最佳生產批量便為零。

2、圖二顯示：

當不良品參數a *小於等於 0.000233*時，最佳生產批量的成本與經濟生產批量(EPQ)的成本之間的差異固定 *0.0054%*；直到不良品參數a *大於 0.000233*時，其之間的差異才會愈來愈大。這之間的道理是因為當不良參數a大於 *0.000233*時，其最佳生產批量會愈來愈小，而在計算成本時，在開機成本($\frac{S}{Q/d}$)的分擔上會比較大，所以才會造成其間的成本差異變的愈來愈大。

3、圖三顯示：

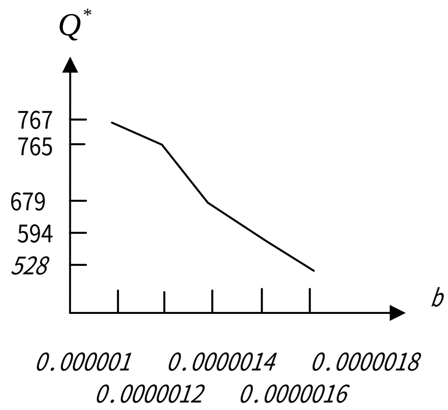
當不良品參數a愈來愈大時，不良率$(a+bQ)$會愈來愈高，但當不良品參數a大於 *0.000233*之後，不良率將會固定於 *0.001*，不再繼續上升。此時更可看出，最佳生產批量和不良率皆是受到$Q\le\frac{\beta-a}{b}$影響，所以，這兩個之間的關係可以說是相輔相成的，我們可以從圖一和圖三的比較圖中明顯的看出。

（二）、今將 b 做變化， a 仍固定為 0.00005， b 的範圍則訂在 $0.000001 \leqq b \leqq 0.000002$， β 固定為 0.001，觀察最佳生產批量及其成本與經濟生產批量之成本的變化，其成本差異與不良率如何的改變：

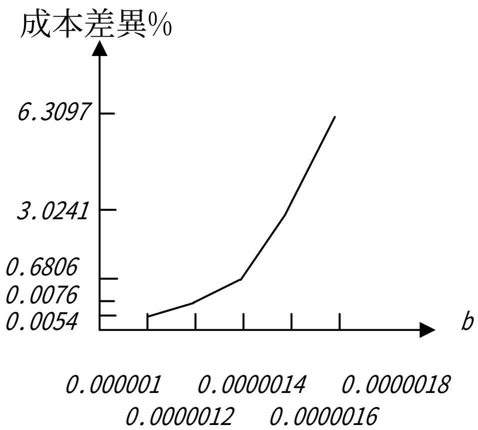
b	0.000001	0.0000011	0.0000012	0.0000013	0.0000014	0.0000015
$\frac{\beta-a}{b}$	950	864	792	731	679	633
Q^*	767	766	765	765	764	763
$\frac{\beta-a}{b}$ 與 Q^* 的差異	183	98	27	-34	-85	-130
EPQ	775	775	775	775	775	775
TC(Q)	195.7011	195.8927	196.0842	196.475	197.8331	200.1072
TC(EPQ)	195.7117	195.9055	196.0992	196.293	196.4867	196.6805
成本的差異%(取絕對值)	0.0054%	0.0065%	0.0076%	0.0926%	0.6806%	1.7124%
不良率($a+bQ$)	0.000817	0.0008926	0.000968	0.001	0.001	0.001

b	0.0000016	0.0000017	0.0000018	0.0000019	0.000002
$\frac{\beta-a}{b}$	594	559	528	500	475
Q^*	762	762	761	760	760
$\frac{\beta-a}{b}$ 與 Q^* 的差異	-168	-203	-233	-260	-285
EPQ	775	775	775	775	775
TC(Q)	203.0136	206.5439	210.5465	215	219.7697
TC(EPQ)	196.8742	197.068	197.2617	197.4555	197.6492
成本的差異%(取絕對值)	3.0241%	4.5878%	6.3097%	8.1602%	10.0653%
不良率($a+bQ$)	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001

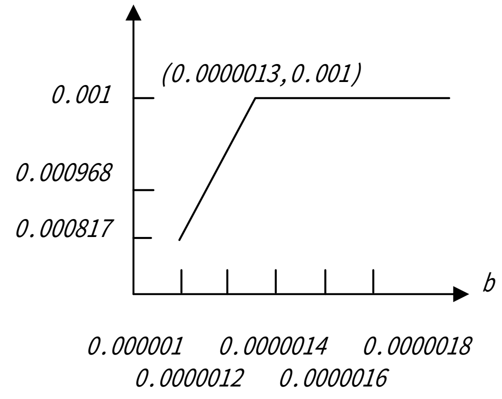
由上表可得下列圖：



圖四、不良品參數b的變化對於最佳生產批量Q^*的影響幅度分析圖



圖五、不良品參數b的變化對於成本差異%的影響幅度分析圖



圖六、不良品參數b的變化對於生產批不良率的影響幅度分析圖

其分析結果如下:

1、圖四顯示：

先從表中可看出，隨著不良品參數b的上升，只考慮到不良率下的產量$\frac{\beta-a}{b}$會跟著下降，隨著不良品參數b的愈來愈大，其下降的幅度會愈來愈大，而在考慮極小化成本下的產量Q^*雖然也會下降，但其下降的幅度就比較不會那麼大。

當不良品參數b的變動大於 *0.0000012* 時，其最佳生產批量則決定於$\frac{\beta-a}{b}$，因此可從圖四中看出其下降的幅度是愈來愈陡的。雖然本研究只分析不良品參數b的變動到 *0.000002* 而已，但依最佳生產批量下降的趨勢來看，也可得知若不良品參數b逐漸地上升到 *0.00095*，此時的最佳生產批量則會為零。

2、圖五顯示：

當不良品參數b的變動愈來愈大時，其最佳生產批量的成本與經濟生產批量(EPQ)的成本之間的差異會愈來愈大，從圖五中可明顯看出變化的幅度是愈來愈陡，此道理與分析圖二不良品參數a的變化對成本差異%影響的道理是相同的，當不良品參數b變動到大於 *0.0000012* 後，其最佳生產批量受到$\frac{\beta-a}{b}$的影響而愈來愈小，在計算成本時，產量愈小對於開機成本的分擔上會愈大而導致其間的差異會愈來愈大。

3、圖六顯示：

隨著不良品參數b的變化，不良率$(a+bQ)$也跟著變化，直到不良品參數b的變化大於 *0.0000012* 後，不良率$(a+bQ)$才會固定為 *0.001*，其道理也與分析圖三不良品參數a的變化對生產批不良率影響的道理是相同的，當不良品參數b還小於等於 *0.0000012* 時，其最佳生產量尚未受到$Q \le \frac{\beta - a}{b}$影響，直到參數$b$大於 *0.0000012* 後，其最佳生產批量和不良率皆是受到$Q \le \frac{\beta - a}{b}$的影響，使得這兩項在圖四與圖六中會呈現出如此的變動幅度。

四、結論

製造系統在生產過程中難免會有退化的現象而產生不良品。品質成本是影響產品成本的要項，當然此項成本也會影響消費者的購買意願。所以在生產過程中，不但要考慮到生產批量管理，在生產批量管理的過程中，亦要考慮到品質問題，其攸關企業的生產成本和獲利能力。

本研究針對品質控管的生產系統提出一個經濟生產批量的模式。本研究分析了不良品對生產批量的影響，並建立一個數學模式來幫助決策者能找到最佳批量，且分析與傳統經濟生產批量之間的成本差異百分比。隨著不良參數a、b的增加，其成本差異變大的幅度會愈來愈大。由此可見，須將不良率納入生產計劃的考慮，才會使生產批量達經濟效益。

本研究針對實際的生產系統提出一個新的經濟生產批量模式來修正傳統模式不足之處，以供生產者在制定批量大小時的準則，避免使用錯誤的決策，可節省成本、提高競爭力。

參考文獻

【1】許江圳，考慮田口損失下之最佳經濟生產批量，成功大學碩士班，2001 年 6 月 18 日，pp.1。

【2】葉瑞徽，退化系統之 EPQ 模式論文，國立臺灣科技大學工業管理系，1999 年 8 月 1 日。

【3】費根保，全面品質管制，中國生產力及貿易中心，1970 年，

【4】Porteus E.L., Optimal Lot Sizing，Process Quality Improvement and Setup Cost Reduction, 1986, pp137-144.

【5】Lee, H. L., M. J. Rosenblatt，Simult-aneous Determination of Product-ion Cycle and Inspection Schedule in a Production System, 1987.

【6】Lee, H. L., M. J. Rosenblatt，A Production and Maintenance Planning Model With Restoration Cost Dependent on Detection Delay, 1986, pp48-55.

【7】Chase. R. B., Aquilano N.J.，Production and Operations Management：Manufacturing and service, IR WIN, 1988.

【8】Larson, P. D.，An inventory model which assumes the problem away：a note Pan and Liao, Poduction and Inventory Management Journal, 1989, pp106-122.